

EXERCICES (issus des précédents concours d'admission)

Tous les sujets sont constitués d'un problème (lui-même constitué de plusieurs parties plus ou moins indépendantes) et d'un exercice VRAI/FAUX, pour lequel il est demandé de justifier soigneusement chaque réponse.

Exercice 1 (Exercice 2015 : Question 9)

Une entreprise fabrique en très grande quantité des gélules dont la masse est exprimée en milligrammes. Lors de la fabrication des gélules, une étude statistique a montré que 3% des gélules ont une masse non conforme.

Si l'entreprise conditionne les gélules par sachet de 10, il y aura au moins 96% des sachets qui comporteront 9 ou 10 gélules de masses conformes.

Exercice 2 (Exercice 2015 : Question 10)

Raphaël et Aurélien ont chacun organisé une tombola comportant 100 billets.

Raphaël propose 30 billets gagnants, parmi lesquels figurent : 1 lot de 250 euros, 4 lots de 50 euros et 25 lots de 2 euros.

Aurélien propose 55 billets gagnants avec 5 lots de 20 euros, 10 lots de 15 euros, 15 lots de 10 euros et 25 lots de 5 euros.

Un billet de tombola coûte 1 euro.

Il est préférable de participer à la tombola de Raphaël plutôt qu'à celle d'Aurélien.

Exercice 3 (Exercice 2017 : Question 2)

Pour se rendre à son examen, une personne a le choix entre 4 itinéraires : A, B, C et D.

La probabilité de choisir A est $\frac{1}{3}$, de choisir B est $\frac{1}{4}$ et de choisir C est $\frac{1}{12}$.

La probabilité d'arriver en retard avec A est $\frac{1}{20}$, avec B $\frac{1}{10}$ et avec C $\frac{1}{5}$.

En empruntant D, elle est certaine d'arriver à l'heure.

Affirmation : La probabilité qu'elle arrive à l'heure est inférieure à $\frac{11}{12}$.

Exercice 4 (Exercice 2017 : Question 10)

Une urne U contient 3 boules numérotées de 1 à 3.

On effectue une succession de tirages d'une boule en appliquant la règle suivante : si la boule tirée porte le numéro k , on enlève de l'urne toutes les boules dont le numéro est supérieur ou égal à k avant de procéder au tirage suivant.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de tirages nécessaires pour vider l'urne U de toutes ses boules.

Affirmation : l'espérance $E(X)$ est strictement supérieure à 2.

Exercice 5 (Exercice 2018 : Question 2)

Une urne contient trois boules indiscernables au toucher portant respectivement les numéros 1, 2 et 3.

On tire successivement trois fois une boule avec remise.

On note N la variable aléatoire donnant le nombre de numéros différents obtenus.

Affirmation : l'espérance de N est strictement supérieure à $\frac{3}{2}$.

Exercice 6 (Exercice 2018 : Question 3)

Une entreprise produit en grande série des véhicules électriques.

On admet que la probabilité qu'un véhicule ne soit pas conforme vaut 0,03.

On prélève au hasard un lot de 100 véhicules en vue de les proposer à la location dans une grande agglomération (on admet que la production est suffisamment importante pour assimiler la constitution de ce lot à 100 tirages successifs avec remise).

Affirmation : la probabilité qu'aucun véhicule de ce lot ne soit défectueux est égal à $1 - 0,03^{100}$.

Exercice 7 (Exercice 2016 : Question 1)

On dispose d'un dé à quatre faces bien équilibré, dont les faces sont numérotées de 1 à 4. Un joueur qui lance le dé gagne 3 euros s'il tombe sur 4, 1 euro s'il tombe sur 1 et perd 2 euros sinon.

On note G la variable aléatoire égale au gain du joueur.

Proposition : l'espérance de G est nulle.

Exercice 8 (Exercice 2016 : Question 2)

Une urne contient 15 chaussettes vertes et 5 chaussettes bleues. Une personne tire successivement et sans remise deux chaussettes.

Proposition : la probabilité qu'il obtienne deux chaussettes de la même couleur, arrondie à 10^{-3} , est égale à 0,605.

Exercice 9 (Exercice 2016 : Question 3)

Une usine fabrique des assiettes en grande quantité. On admet que 4% des assiettes fabriquées sont cassées. On prélève au hasard 100 assiettes, et on considère que le stock d'assiettes disponibles est très important.

Proposition : la probabilité qu'au moins 99 assiettes ne soient pas cassées est supérieure à 0,1.

Exercice 10 (Exercice 2014 : Question 6)

Une usine fabrique, en grande quantité, des rondelles d'acier pour la construction.

On admet que 3% des rondelles ont un diamètre défectueux.

On prélève au hasard 10 rondelles dans le stock pour vérification du diamètre. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

La probabilité de tirer au moins une rondelle au diamètre défectueux est égale à 0,263 arrondi à 10^{-3} près.

Exercice 11 (Exercice 2014 : Question 7)

Une urne contient 10 boules blanches et 4 boules rouges. Un joueur tire successivement et avec remise 20 boules de l'urne. Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 € et pour chaque boule rouge tirée, il perd 3 €. On désigne par G la variable aléatoire égale au gain du joueur. L'espérance de G est de $\frac{200}{7}$.